Concursul de matematică ”Ștefan Musta”

Barem de corectare pentru clasa a X-a
Ediția a XXXI - a - 25 aprilie 2026

1.

a) Notăm $\lg 2 = x,\ \lg 3 = y > 0$. Inegalitatea propusă devine

$6x^2 - 13xy + 6y^2 > 0$ (2p)

Deoarece $\frac{x}{y} \in (0,1) \Rightarrow \frac{x}{y} < \frac{2}{3} \Rightarrow 3\lg 2 < 2\lg 3;\ \lg 2^3 < \lg 3^2 (evident)$ (2p)

b) $2^x = -x^2 + 5x - 6$

Reprezentând grafic cele două funcții (exponențială, respectiv funcția de gradul al II - lea), constatăm că graficele lor nu au puncte comune $\Rightarrow S = \emptyset$. (5p) + (1p) oficiu

2.

a) Dacă $z = x+iy,\ \ x, y \in \mathbb{R}$ avem $|\frac{x-2+iy}{x+iy}| < 1 \iff |x-2+iy| < |x+iy| \iff (x-2)^2 + y^2 < x^2 + y^2 \iff 4(1-x) < 0 \Rightarrow x > 1.$ (4p)

b) $z^3 = 1$ şi $(1+z)(1+z^2)(1+z^3) = 2,\ z^2 + z + 1 = 0$ (3p)

$\Rightarrow E = 2^{671}(1+z)$ (2p) + (1p) oficiu

3.

a) Deoarece $V(2,-1)$ deci $A = [2,\infty), B = [-1,\infty)$ sau (2p)

$A = [3,\infty)$ şi $B = [0,\infty)$ sau $A = (-\infty, 2)$ şi $B = [-1,\infty)$ (1p)

b) $2\lg(2^x - 1) = \lg 2 + \lg(2^x + 3)$ (2p)

$2^{2x} - 4 \cdot 2^x - 5 = 0$ (2p)

$x = \log_2 5$ (2p) + (1p) oficiu