

COLEGIUL NAȚIONAL „SAMUIL VULCAN” BEIUȘ

Concursul de matematică „Ștefan Musta”

Ediția XXXI - 25 aprilie 2026

## Clasa a IX-a

### Problema 1

Fie două progresii geometrice de numere reale strict pozitive  $(x_n)_{n \geq 1}$  și  $(a_n)_{n \geq 1}$  de rație  $q$ , respectiv  $\frac{1}{q}$ , cu  $q > 0$ ,  $q \neq 1$  și  $a_1 = x_{2026}$ . Arătați că:

$$\frac{x_1^2}{a_1} + \frac{x_2^2}{a_2} + \frac{x_3^2}{a_3} + \dots + \frac{x_{2026}^2}{a_{2026}} \geq x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_{2026}$$

### Problema 2

Fie  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  cu proprietatea  $f(f(x)) = x^2 + \frac{1}{4}$ ,  $\forall x \in \mathbb{R}$ . Determinați  $f\left(\frac{1}{2}\right)$ .

### Problema 3

Fie patrulaterul convex ABCD, iar  $G_1$  și  $G_2$  centrele de greutate ale triunghiurilor ACD și BCD. Demonstrați că  $\overrightarrow{AG_1} - \overrightarrow{BG_2} = 2 \cdot \overrightarrow{G_1G_2}$ .

Notă:

- ⊙ Toate subiectele sunt obligatorii;
- ⊙ Timp de lucru 2 ore;
- ⊙ Fiecare problemă este notată cu 10 puncte.