

Concursul de matematică ”Ștefan Musta”

Clasa a XII-a

Ediția a XXXI - a - 25 aprilie 2026

1. Pe mulțimea \mathbb{Z} definim legea de compoziție: $x \star y = 5xy + 6x + 6y + 6$, asociativă și cu element neutru.

a) Să se determine elementele simetrizabile ale mulțimii \mathbb{Z} în raport cu legea ” \star ”.

b) Să se rezolve ecuația: $\underbrace{x \star x \star x \star \dots \star x}_{2026 \text{ ori}} = -1$, în \mathbb{Z} .

2. Se consideră polinoamele $f, g \in \mathbb{Q}[X]$, $f = X^4 + X^3 + X^2 + X + 1$, cu rădăcinile $x_1, x_2, x_3, x_4 \in \mathbb{C}$ și $g = X^2 - 1$.

a) Calculați: $(1 - x_1)(1 - x_2)(1 - x_3)(1 - x_4)$.

b) Calculați: $g(x_1) \cdot g(x_2) \cdot g(x_3) \cdot g(x_4)$.

3. Se consideră funcțiile: $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = e^{-x^2}$ și $F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$,
 $F(x) = \int_1^x f(t) dt$.

a) Să se determine punctele de inflexiune ale graficului funcției F .

b) Să se calculeze: $\int_0^1 x \cdot f(x) dx$.

c) Să se calculeze: $\int_0^1 F(x) dx$.

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii.

Fiecare subiect este notat cu punctaje de la 1 la 10.

Timp de lucru 2 ore.

SUCCES !